

Карточки по математике для ликвидации пробелов в знаниях учащихся

Предупредить и ликвидировать пробелы в знаниях ученика – одна из важнейших составляющих в работе учителя, и неудовлетворительное качество этой работы ведет к накоплению у учащихся пробелов в знаниях до той степени, когда их устранение становится для ученика практически невозможным, и он переходит в разряд стабильно неуспевающих. При этом ученику практически невозможно перейти в разряд хорошо успевающих, поскольку даже при самом добросовестном отношении к предмету он всё равно получает отрицательные оценки за ошибки, в основе которых – старые пробелы в знаниях.

Чтобы осознать свои ошибки и ликвидировать их, ученик должен иметь под рукой правило, формулу или алгоритм решения. Эту проблему помогают решить карточки-памятки, в которых отражены основные вопросы по той или иной теме, а именно прописываются: теоретический материал, алгоритм решения, помещены тренировочные задания. Иногда достаточно одного взгляда на теоретический материал, чтобы ученик «раскрутил» ту цепочку основных умений, которые в свое время, видимо, не были доведены у него до автоматизма. Если недостаточно одного взгляда на теоретический материал чтобы вспомнить нужное, значит есть необходимость поработать с алгоритмом решения по данной теме и закрепить навыки, порешав тренировочные задания. Таким справочным материалом очень удобно пользоваться при подготовке к ГИА и ЕГЭ.

Карточка-помощник по теме: Квадратные уравнения

	<i>образец</i>	<i>Реши сам</i>
$ax^2 + bx + c = 0$ $D = b^2 - 4ac$ $D < 0$ – нет корней $D = 0$ – один корень $D > 0$ – два корня $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$	$2x^2 + 3x - 5 = 0$ $a=2 \quad D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49 = 7^2$ $b=3 \quad x_1 = \frac{-3+7}{2 \cdot 2} = \frac{4}{4} = 1$ $c=-5 \quad x_2 = \frac{-3-7}{2 \cdot 2} = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2}$ Ответ: $-\frac{5}{2}; 1.$	<ol style="list-style-type: none"> 1) $x^2 - x - 12 = 0$ 2) $x^2 + 5x - 14 = 0$ 3) $6x^2 - x + 1 = 0$ 4) $x^2 + 2x - 3 = 0$ 5) $3x^2 + x - 5 = 0$ 6) $x^2 + x - 12 = 0$ 7) $x^2 - 2x + 1 = 0$ 8) $3x^2 - x + 2 = 0$ 9) $4x^2 + 4x + 1 = 0$ 10) $x^2 - 5x - 24 = 0$
$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 - корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$	<p style="text-align: center;">1) Разложите на множители</p> $2x^2 + 3x - 5 =$ $= 2(x - 1)(x - (-\frac{5}{2})) =$ $= 2(x - 1)(x + \frac{5}{2})$ $x_2 = \frac{-3-7}{2 \cdot 2} = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2}$ Ответ: $2(x - 1)(x + \frac{5}{2})$	<p style="text-align: center;">1) Разложите на множители</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $x^2 + 6x + 9$ 2) $3x^2 - 7x + 4$ 3) $x^2 - 2x - 8$ 4) $-x^2 + 3x + 10$ 5) $x^2 - 3x - 10$ 6) $3x^2 - 8x + 5$ 7) $-x^2 + 2x + 8$
	<p style="text-align: center;">2) Сократите дробь:</p> $\frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 - 1} = \frac{2(x-1)(x + \frac{5}{2})}{(x-1)(x+1)} =$	<p style="text-align: center;">2) Сократите дробь:</p> <ol style="list-style-type: none"> а) $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$; б) $\frac{5x - x^2}{x^2 + x - 30}$;

ГОТОВИМСЯ К ОГЭ

$$= \frac{2(x + \frac{5}{2})}{(x+1)}$$

5) $= 49 = 7^2$

Ответ: $\frac{2(x + \frac{5}{2})}{(x+1)}$

$$a=2 \quad | \quad D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-$$

$$b=3$$

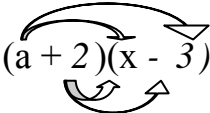
$$c=-5$$

$$x_1 = \frac{-3+7}{2 \cdot 2} = \frac{4}{4} = 1$$

а) $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$;

б) $\frac{9 - x^2}{x^2 + 2x - 15}$;

Карточка коррекции по теме: Умножение многочленов

	ОБРАЗЕЦ	ЗАДАНИЯ
<p>■ Чтобы умножить многочлен на многочлен, умножьте каждый член первого многочлена на каждый член второго многочлена и сложите результаты.</p>	$(a + 2)(x - 3) =$  $= ax - 3a + 2x - 6$	<p>Преобразовать произведение в многочлен:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $(a + 3)(c + 5)$; 2) $(a + 2)(6 - c)$; 3) $(a - 1)(a - 2)$; 4) $(a - 2)(a + 6)$; 5) $(a + 7)(a + 1)$. 6) $(x + 4)(2 + x)$; 7) $(x + 2)(y - 8)$; 8) $(x - 1)(x - 3)$; 9) $(x - 9)(x + 3)$; 10) $(x + 1)(x + 1)$. 11) $(m + 4)(1 + a)$; 12) $(m + 2)(7 - p)$; 13) $(m - \sqrt{m + n - 2})$; 14) $(m - p)(m + p)$; 15) $(x + 2)(y + 2)$.

Теория	Практика
<p>Арифметический квадратный корень</p> <p>Определение: $\sqrt{a} = b$, где $a \geq 0$, $b \geq 0$, $b^2 = a$</p> <p>Свойства:</p> <ol style="list-style-type: none"> $(\sqrt{a})^2 = a$, если $a \geq 0$ $\sqrt{a^2} = a = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$ $\sqrt{a^{2n}} = a^n$, если $a \in R$ $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, если $a \geq 0$, $b \geq 0$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, если $a \geq 0$, $b \geq 0$ <p>Предостережение. При возведении в квадрат произведения возводите в степень все множители. Сокращение дроби выполняйте аккуратно.</p> <p>Совет. Запишите «квадрат» (и даже куб) умножением двух (трех) скобок, не возводя в степень. Ответ будет без корня. Обязательно сократите дробь.</p>	<p>1. $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{20}} = \sqrt{3}$. <u>Ответ:</u> $\sqrt{3}$.</p> <p>2. Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{5})^2}{15}$</p> <p><u>Решение.</u> $\frac{(3\sqrt{5})^2}{15} = \frac{3^2 \cdot (\sqrt{5})^2}{15} = \frac{9 \cdot 5}{15} = 3$. <u>Ответ:</u> 3.</p> <p>3. При $a = 0,4$; $b = 0,2$: $\sqrt{a - b^2} = \sqrt{0,4 - (0,2)^2} = \sqrt{0,4 - 0,04} = \sqrt{0,36} = 0,6$. <u>Ответ:</u> 0,6.</p> <p>4. $2\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 6} = 10 \cdot \sqrt{36} = 10 \cdot 6 = 60$. <u>Ответ:</u> 60.</p> <p>5. $\frac{(\sqrt{3})^4}{18} = \frac{3^2}{18} = \frac{1}{2}$. <u>Ответ:</u> $\frac{1}{2}$.</p> <p>6. При $a = \sqrt{8}$: $\frac{1}{4} \cdot a^4 = \frac{1}{4} (\sqrt{8})^4 = \frac{1}{4} \cdot 8^2 = \frac{64}{4} = 16$. <u>Ответ:</u> 16.</p> <p>7. $\sqrt{3^6} \cdot 2^4 \cdot 5^2 = \sqrt{3^6} \cdot \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{5^2} = (\sqrt{3^3})^2 \cdot (\sqrt{2^2})^2 \cdot \sqrt{5^2} = 3^3 \cdot 2^2 \cdot 5 = 27 \cdot 4 \cdot 5 = 540$. <u>Ответ:</u> 540.</p> <p>8. Найдите $\frac{2\sqrt{2+x}}{15}$ при $x = -1,19$.</p> <p><u>Решение.</u> $\frac{2\sqrt{2+x}}{15} = \frac{2\sqrt{2-1,19}}{15} = \frac{2\sqrt{0,81}}{15} = \frac{2 \cdot 0,9}{15} = \frac{3}{25}$. <u>Ответ:</u> $\frac{3}{25} = 0,12$</p> <p>9. Найдите значение выражения: $\frac{(5\sqrt{3})^2}{15}$.</p> <p><u>Решение:</u> $\frac{(5\sqrt{3})^2}{15} = \frac{25 \cdot 3}{3 \cdot 5} = 5$. <u>Ответ:</u> 5.</p>

Готовимся к ГИА

Реши сам:

1. (Демо 2010 задание 6) Какое из данных выражений нельзя преобразовать к виду $\frac{\sqrt{15}}{10}$?

1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{5}}$ 2) $\sqrt{\frac{3}{20}}$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$ 4) $\frac{\sqrt{3}}{10}$

2. Выберите выражение, значение которого — иррациональное число.

1) $(2\sqrt{3})^2$ 3) $3\sqrt{2^6}$ 2) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{18}$ 4) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$

3. Выберите выражение, значение которого — иррациональное число.

1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}}$ 2) $(2\sqrt{5})^2$ 4) $5\sqrt{2^3}$

4. Найдите значение выражения $2\sqrt{13} \cdot \sqrt{2} \cdot 5\sqrt{26}$.

Ответ: _____

5. Найдите значение выражения $3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{15}$.

Ответ: _____

6. Найдите значение выражения $\frac{6}{(2\sqrt{3})^2}$.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{(2\sqrt{6})^2}{36}$.

Ответ: _____

8. Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{2})^6}{32}$.

Ответ: _____

9. Найдите значение выражения $\sqrt{3^6 \cdot 2^4 \cdot 5^2}$.

Ответ: _____

10. Найдите значение выражения $2\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$.

Ответ: _____

11. Найдите значение выражения $3\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 4\sqrt{10}$

Ответ: _____

12. Найдите значение выражения $\sqrt{8} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10}$.

Ответ: _____

13. Найдите значение выражения $\sqrt{3} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{6}$.

Ответ: _____

14. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{10}}$.

Ответ: _____

15. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt{6}}$.

Ответ: _____

Нахождение процентов от числа

ПРАВИЛО	ОБРАЗЕЦ	ЗАДАНИЯ
<p>1) Напиши, что 100% – это a.</p> <p>2) Найди 1% от a.</p> <p>3) Найди $n\%$ от a.</p>	<p>Найти 3% от 1500 м.</p> <p><i>Решение:</i></p> <p>1) 100% – это 1500 м.</p> <p>2) 1% – это $1500 \text{ м} : 100$, 1% – это 15 м.</p> <p>3) 3% – это $15 \text{ м} \cdot 3$, 3% – это 45 м.</p> <p><i>Ответ:</i> 45 м.</p> <p><i>Краткая запись:</i></p> $(1500 : 100) \cdot 3 =$ $= \frac{1500 \cdot 3}{100} = 45.$	<p>Найти 2% от 800.</p> <p>Найти 17% от 4.</p> <p>Найти 6% от 3 кг.</p> <p>Прибор стоимостью 3000 руб. подешевел на 29%. На сколько рублей подешевел прибор?</p> <p>Что больше, 40% от 30 или 30% от 40?</p> <hr/> <p>Найти 4% от 1200.</p> <p>Найти 13% от 4.</p> <p>Найти 8% от 7 км.</p> <p>В городе было 4 млн. жителей; за 10 лет население выросло на 17%. Сколько теперь жителей в городе?</p> <p>Что больше, 41% от 53 или 53% от 41?</p> <hr/> <p>Найти 5% от 4100.</p> <p>Найти 19% от 2.</p> <p>Найти 9% от 1 часа.</p> <p>Вклад в 3000 долларов за год увеличился на 6%. Чему теперь равен вклад?</p> <p>Что больше, 51% от 47 или 52% от 48?</p>

Нахождение числа по процентам

ПРАВИЛО	ОБРАЗЕЦ	ЗАДАНИЯ
<p>1) Напиши, что $n\%$ числа равны a.</p> <p>2) Найди 1% числа.</p> <p>3) Найди 100% (само число).</p>	<p>Найти число, 3% которого равны 930.</p> <p><i>Решение:</i></p> <p>1) 3% – это 930.</p> <p>2) 1% – это $930 : 3$, 1% – это 310.</p> <p>3) 100% – это $310 \cdot 100$, 100% – это 31000.</p> <p><i>Ответ:</i> 31000.</p> <p><i>Краткая запись:</i></p> $(930 : 3) \cdot 100 =$ $= \frac{930 \cdot 100}{3} = 31000.$	<p>7% какого числа равны 210?</p> <p>18% какого числа равны 27?</p> <p>Найти стоимость товара, 14% которой равны 3500 руб.</p> <p>Найти расстояние, 73% которого равны 2,6 км.</p> <p>15% вклада в сбербанк составляют 7500 руб. Чему равен весь вклад?</p> <hr/> <p>5% какого числа равны 25?</p> <p>16% какого числа равны 24?</p> <p>Найти стоимость товара, 13% которой равны 6500 руб.</p> <p>Найти площадь, 27% которой равны $5,4 \text{ см}^2$.</p> <p>25% вклада в сбербанк составляют 8500 руб. Чему равен весь вклад?</p> <hr/> <p>11% какого числа равны 242?</p> <p>15% какого числа равны 39?</p> <p>Найти стоимость товара, 16% которой равны 2400 руб.</p> <p>Найти расстояние, 87% которого равны 17,4 км.</p> <p>35% вклада в сбербанк составляют 49000 руб. Чему равен весь вклад?</p>


Нахождение процентного отношения величин

(сколько процентов число a составляет от числа b)

ПРАВИЛО	ОБРАЗЕЦ	ЗАДАНИЯ
<p>1) Напиши, что 100% — это b.</p> <p>2) Найди 1% от b.</p> <p>3) Найди, сколько раз 1% от b помещается в a.</p>	<p>Найти процентное отношение числа 7 к числу 2,5.</p> <p><i>Решение:</i></p> <p>1) 100% — это 2,5.</p> <p>2) 1% — это $2,5 : 100$, 1% — это 0,025.</p> <p>3) 0,025 помещается в числе 7 $7 : 0,025 = 280$ раз.</p> <p><i>Ответ:</i> 280.</p> <p><i>Краткая запись:</i></p> $\frac{7 \cdot 100}{2,5} = 280.$	<p>Найти процентное отношение:</p> <p>а) 2 к 100. б) 13 к 6,5.</p> <p>Сколько процентов составляет:</p> <p>а) 17 от 50? б) 2,8 от 350?</p> <p>Если в твоём классе 25 учеников, то сколько процентов класса составляешь ты?</p>
		<p>Найти процентное отношение:</p> <p>а) 12 к 50. б) 19 к 9,5.</p> <p>Сколько процентов составляет:</p> <p>а) 23 от 200? б) 3,8 от 5,7?</p> <p>Полстакана чая долили молоком 6% жирности. Каков процент жира в чае?</p>
		<p>Найти процентное отношение:</p> <p>а) 29 к 25. б) 14 к 9,1.</p> <p>Сколько процентов составляет:</p> <p>а) 17 от 50? б) 2,8 от 5,6?</p> <p>В классе 12 девочек и 16 мальчиков. Найди процентное отношение этих чисел.</p>

Карточка-помощник по теме: Преобразование рациональных выражений

Действия с алгебраическими дробями

<i>Теория</i>	<i>Практика</i>
1. $\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}$	$\frac{x}{y+1} + \frac{2}{y+1} = \frac{x+2}{y+1}$
2. $\frac{a}{m} \pm \frac{b}{m} = \frac{a \pm b}{m}$	$\frac{3}{1-x^3} - \frac{x}{1-x^3} = \frac{3-x}{1-x^3}$
3. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{x}{4} \cdot \frac{8}{(x-1)} = \frac{8x}{4 \cdot (x-1)} = \frac{2x}{x-1}$
4. $\frac{a}{m} + \frac{b}{n} = \frac{a \cdot n + b \cdot m}{m \cdot n}$	$\frac{3a}{b} + \frac{7n^2}{a} = \frac{3a^2 + 7bn^2}{ab}$
5. $\frac{a}{m} \pm \frac{b}{n} = \frac{a \cdot n \pm b \cdot m}{m \cdot n}$	
$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	$\frac{a^2 - 4}{2a} : \frac{3a + 6}{4a^2} = \frac{(a-2)(a+2) \cdot 4a^2}{3(a+2) \cdot 2a} = \frac{(a-2) \cdot 2a}{3}$
Основное свойство дроби: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m}, b \neq 0, m \neq 0$	Сократите $\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{x(x+y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x}{x-y}$, при $x+y \neq 0$

Реши сам:

1. (Демо 2010 задание 8) Представьте выражение $6m + \frac{3-7m^2}{m}$ в виде дроби

2. Сократите дробь $\frac{5ab - 25a^2}{10ab}$. 1) $\frac{b-5a}{2a}$ 2) $\frac{b-5a}{2b}$ 3) $\frac{5ab-25a}{10ab}$ 4) $\frac{5}{b}$

3. Сократите дробь $\frac{ab^2 - 2ab}{2ab}$. 1) ab^2 2) $\frac{b-2}{2}$ 3) $b^2 - a$ 4) $b-1$

4. Сократите дробь $\frac{3ax}{3ax - ax^2}$. 1) $\frac{3}{3-x}$ 2) $\frac{1}{ax^2}$ 3) $\frac{1}{1+x}$ 4) $\frac{1}{x+ax}$

5. Укажите выражение, тождественно равное дроби $\frac{a-c}{b-c}$.

1) $\frac{c-a}{b-c}$ 2) $\frac{a-c}{c-b}$ 3) $\frac{c-a}{c-b}$ 4) $-\frac{c-a}{c-b}$

6. Укажите выражение, тождественно равное дроби $\frac{a-x}{b-x}$.

1) $\frac{x-a}{b-x}$ 2) $\frac{a-x}{x-b}$ 3) $-\frac{x-a}{x-b}$ 4) $-\frac{x-a}{b-x}$

7. Упростите выражение: $\frac{1}{x} - \frac{x+y}{xy}$. Ответ: _____

Готовимся к ОГЭ

8. Упростите выражение: $\frac{b}{c} \frac{b^2+c^2}{bc}$. Ответ: _____

9. Упростите выражение: $\frac{a^2-9}{a^2-6a+9} \cdot (a-3)$. Ответ: _____

10. Упростите выражение: $\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2} : (x-y)$. Ответ: _____

11. Упростите выражение $5a - \frac{3+5a^2}{a+1}$ Ответ: _____

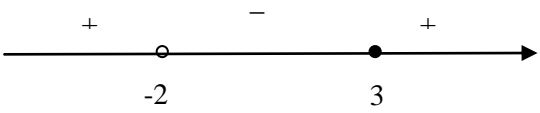
12. Упростите выражение $c - \frac{c^2-5}{c+1}$ Ответ: _____

13. Упростите произведение $\frac{2x-2y}{y} \cdot \frac{3y^2}{x^2-y^2}$ Ответ: _____

14. Упростите частное $\frac{x+1}{3x} : \frac{x^2-1}{6x^2}$ Ответ: _____

15. Упростите частное $\frac{5m-5n}{n} : \frac{m^2-n^2}{n^2}$ Ответ: _____

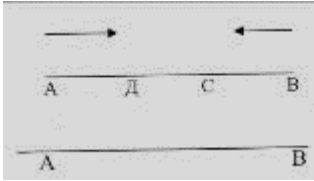
Решение линейных неравенств с одной переменной

Теория	Практика
<p>Основная идея решения неравенства состоит в следующем: мы заменяем данное неравенство другим, но равносильным данному. Такие замены осуществляются на основе следующих утверждений:</p> <p>1. Если какой-либо член неравенства с переменной перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком, оставив при этом без изменения знак неравенства, то получится неравенство равносильное данному.</p> <p>2. Если обе части неравенства с переменной умножить или разделить на одно и тоже положительное число, оставив при этом без изменения знак неравенства, то получится неравенство равносильное данному.</p> <p>Если обе части неравенства с переменной умножить или разделить на одно и тоже отрицательное число, заменив при этом знак неравенства на противоположный, то получится неравенство равносильное данному.</p>	<p>1. Решить неравенство: $2x + 7 > 0$.</p> <p><u>Решение.</u> Согласно утверждению 1, получим: $2x > -7$. По утверждению 2: $x > -3,5$. Промежуток $(-3,5; +\infty)$ будет являться решением неравенства.</p> <p><u>Ответ:</u> $(-3,5; +\infty)$.</p> <p>2. Решите неравенство: $\frac{x-3}{x+2} \leq 0$.</p> <p><u>Решение.</u></p> <p>1) Решим неравенство методом интервалов. Найдем нули функций, стоящих в числителе и знаменателе:</p> $\begin{array}{l} x-3=0 \\ x=3 \end{array} \quad \begin{array}{l} x+2=0 \\ x=-2 \end{array}$ <p>2) Отметим на числовой прямой точки: $x = -2$, $x = 3$. Две точки разобьют прямую на 3 промежутка.</p>  <p>Определим знак дроби на каждом промежутке и выберем те из них, где дробь отрицательна. Множество решений неравенства состоит из интервала и $(-2;3)$, в каждой точке которого функция отрицательна, а также значении $x = 3$, при котором дробь равна нулю. Таким образом, решением неравенства является промежуток $(-2;3]$. <u>Ответ:</u> $(-2;3]$.</p>

Реши сам:

1. Решите неравенство $5x - 2(3x - 5) > 8$
2. Решите неравенство $2x - 3(x - 4) > 3$
3. Решите неравенство $4x - 2(3 - x) > 12$
4. Решите неравенство $2x - 3(5 + x) < -3$
5. Решите неравенство $4x - 3(2 - x) > 8$
6. Решите неравенство $2x + 3(1 - x) < -3$
7. Решите неравенство $4x - 3(1 + x) < 3$
8. Решите неравенство $2x + 3(1 - 2x) > 7$
9. Решите неравенство $3x - 2(1 - x) > 8$
10. Решите неравенство $4x - 2(x - 4) > -4$

Карточка-помощник: Решение текстовых задач на составление уравнений

Теория	Практика
<p>Задачи на движение. При решении задач на движение используется одна из трех формул:</p> $S = v \cdot t, \quad v = \frac{S}{t}, \quad t = \frac{S}{v}.$ <p>Необходимо помнить, что величины должны быть в одной системе единиц, что большую помощь может оказать рисунок, график, таблица.</p> <p>Задачи на движение по реке. При решении задач на движение по реке необходимо учесть, что</p> $v_{\text{по течению}} = v_{\text{собств}} + v_{\text{течения}},$ $v_{\text{против течения}} = v_{\text{собств}} - v_{\text{течения}}.$ <p>Где:</p> <ul style="list-style-type: none"> $v_{\text{по течению}}$ – скорость по течению реки; $v_{\text{против течения}}$ – скорость объекта при движении против течения реки; $v_{\text{собств}}$ – собственная скорость движущегося объекта; $v_{\text{течения}}$ – скорость течения реки. <p>Решать их желательно, используя схемы или таблицы.</p> <p>Задачи на бассейны и трубы. Такие задачи фактически являются задачами на движение. Работа или объем бассейна есть, условно говоря, путь, пройденный точкой; производительность, с которой выполняется работа или наполняется бассейн есть скорость.</p> <p>Решение сложных задач целесообразно начать с повторения алгоритма решения системы уравнений с 2-мя неизвестными:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Обозначить неизвестную величину переменной (при решении задачи с помощью системы уравнения вводят несколько переменных); -Выразить через нее другие величины; -Составить уравнение (или систему уравнений), показывающее зависимость неизвестной величины от других величин; -Решить уравнение (или систему уравнений); 	<p>1. Из сосуда, доверху наполненного 88%-м раствором кислоты, отлили 2,5 литра жидкости и долили 2,5 литра 60%-го раствора этой же кислоты. После этого в сосуде получился 80%-й раствор кислоты. Найдите вместимость сосуда в литрах.</p> <p>Решение.</p> <p>Пусть x (литров) – вместимость сосуда.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Т.к. сосуд был доверху наполнен 88%-м раствором кислоты, то кислоты в нем было $0,88x$ литров, а воды – $0,12x$. 2) В 2,5 литрах жидкости содержится $2,5 \cdot 0,88 = 2,2$ литра кислоты и $0,3$ литра воды. 3) В 2,5 литрах 60%-го раствора этой же кислоты будет $2,5 \cdot 0,6 = 1,5$ литра кислоты и 1 литр воды. 4) Когда из первоначального сосуда отлили 2,5 л жидкости и долили 2,5 литров 60% раствора кислоты, то получилось $0,88x - 2,2 + 1,5$ литров кислоты и $0,12x - 0,3 + 1$ воды. 5) Т.к. в результате получается 80%-й раствор кислоты, то в нем будет 80% кислоты и 20% воды, т.е. выполняется условие $0,88x - 2,2 + 1,5 = 4(0,12x - 0,3 + 1)$. Решая это уравнение, получим $x = 8,75$ литров – вместимость сосуда. <p>Ответ: 8,75.</p> <p>2. Расстояние между городами А и В равно 900 км. Два поезда одновременно отправляются, один из А в В, другой из В в А. Они встречаются в пункте С. Первый поезд прибывает в город В через 4 часа после встречи со вторым поездом, в второй прибывает в город А через 16 часов после встречи с первым поездом. Определите расстояние АС.</p> <p>Решение.</p>  <p>Расстояние от А до С в 2 раза больше расстояния от С до В. Добавим участок от А до Д, тогда $t_{AD}=4$ (часа). АВ поделим на 3 равных участка. $900:3=300$ км, т.е. $AD=DC=CB=300$км. Итак, $AC=AD+DC=600$ км.</p> <p>Ответ: 600.</p> <p>3. Имеется два сплава с разным содержанием золота. В первом сплаве содержится 35%, а во втором — 60% золота. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% золота?</p> <p>Решение. Пусть x — масса первого сплава, y — масса второго сплава. Тогда количество золота в первом сплаве составляет $0,3x$, а во втором — $0,55y$. Масса нового сплава</p>

Готовимся к ГИА

-Сделать проверку при необходимости;
 -Выбрать из решений (или систему уравнений) те которые подходят по смыслу задачи;
 -Оформить ответ.

Полезно вспомнить:

Задачи на проценты. Основным понятием является часть числа, если задана величина a , то ее k -я часть равна $k \cdot a$, и **определение** : **Процентом называется одна сотая**

часть величины $1\% = \frac{1}{100} = 0,01$,

то есть $1\% = 1/100$ от целого. **Значит, целое составляет 100%.**

Например: $39\% = 0,39$; $0,9 = 90\%$
 $17,5\% = 0,175$

Чтобы перевести проценты в десятичную дробь, надо разделить число процентов на 100. Например, $125\% = 125:100 = 1,25\%$

равна $x + y$, а количество золота в нем составляет $0,4(x + y)$. Получим уравнение $0,3x + 0,55y = 0,4(x + y)$. Преобразуем уравнение, получим: $30x + 55y = 40x + 40y$, $6x + 11y = 8x + 8y$, $3y = 2x$. Отсюда: $x : y = 3 : 2$.

Ответ: в отношении 3:2. Ответ может быть дан и в другом виде, например $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$.

4. И пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. Следовательно, скорость катера против течения в 3 раза больше скорости плота, а по течению - в 5 раз больше скорости плота. Если плот до встречи проплыл S км, то катер — в 3 раза больше, т.е. $3S$ км. После встречи катер пройдет $3S$ км, а плот - 5 раз меньше, т.е. $\frac{3S}{5}$ км. Всего плот пройдет

$S + \frac{3S}{5} = \frac{8S}{5}$. Отношение пройденного плотом пути ко всему пути равно $\frac{\frac{8S}{5}}{4S} = \frac{2}{5}$.

Другое возможное решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. Скорость сближения катера и плота равна $3x + x = 4x$ км/ч. Встреча произошла через $\frac{AB}{4x}$ ч. За это время плот

проплыл $x \cdot \frac{AB}{4x} = \frac{AB}{4}$ км, а катер - $\frac{3AB}{4}$ км. Обратный

путь катер пройдет за $\frac{\frac{3AB}{4}}{5x} = \frac{3AB}{20x}$ ч. Плот за это время

проплывет расстояние равное $x \cdot \frac{3AB}{20x} = \frac{3AB}{20}$ км, а всего

он проплывет $\frac{AB}{4} + \frac{3AB}{20} = \frac{2}{5} AB$ км.

Ответ: плот пройдет $\frac{2}{5}$ всего пути.

Реши сам:

Готовимся к ГИА

1. Из пункта А в пункт В, расположенный выше по течению реки, вышла моторная лодка, собственная скорость которой в 5 раз больше скорости течения. Одновременно навстречу ей из пункта В отправился плот. Встретив плот, лодка сразу повернула назад и пошла вниз по течению реки. Какую часть пути от В до А пройдет плот к моменту возвращения лодки в пункт А?
2. Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышла лодка, собственная скорость которой в 2 раза больше скорости течения. Встретив плот, лодка сразу повернула назад и пошла вниз по течению. Какую часть пути от А до В останется пройти плоту к моменту возвращения лодки в пункт В?
3. При смешивании первого раствора соли, концентрация которого 40%, и второго раствора этой же соли, концентрация которого 48%, получился раствор с концентрацией 42%. В каком соотношении были взяты первый и второй растворы?
4. Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3 ч, а второй — 12 ч, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?
5. На пост мэра города претендовало три кандидата: Андреев, Борисов, Васильев. Во время выборов за Васильева было отдано в 1,5 раза больше голосов, чем за Андреева, а за Борисова — в 4 раза больше, чем за Андреева и Васильева вместе. Сколько процентов избирателей проголосовало за победителя?
6. Рыболов отправляется на лодке от пристани против течения реки с намерением вернуться назад через 5 ч. Перед возвращением он хочет побыть на берегу 2 ч. На какое наибольшее расстояние он может отплыть, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?
7. Моторная лодка отправилась по реке от одной пристани до другой и через 2,5 ч вернулась обратно, затратив на стоянку 15 мин. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость лодки равна 18 км/ч, а расстояние между пристанями 20 км.
8. Расстояние между двумя пристанями по реке равно 21 км. Моторная лодка отправилась от одной пристани до другой и через 4 ч вернулась назад, затратив на стоянку 24 мин. Найдите собственную скорость моторной лодки, если скорость течения реки равна 2 км/ч.
9. Лодка может проплыть 15 км по течению реки и еще 6 км против течения за то же время, за какое плот может проплыть 5 км по этой реке. Найдите скорость течения реки, если известно, что собственная скорость лодки 8 км/ч.
10. Катер проплывает 20 км против течения реки и еще 24 км по течению за то же время, за какое плот может проплыть по этой реке 9 км. Скорость катера в стоячей воде равна 15 км/ч. Найдите скорость течения реки.
11. Клиент внес 3000 р. на два вклада, один из которых дает годовой доход, равный 8%, а другой — 10%. Через год на двух счетах у него было 3260 р. Какую сумму клиент внес на каждый вклад?

Готовимся к ОГЭ

Тема: «Сложение и вычитание многочленов. Умножение одночлена на многочлен».

Правило 1. Для того чтобы привести подобные слагаемые, надо сложить их коэффициенты и результат умножить на общую буквенную часть.

Правило 2. Если перед скобками стоит знак «плюс», то скобки можно опустить, сохранив знак каждого слагаемого, заключённого в скобки.

Правило 3. Если перед скобками стоит знак «минус», то скобки можно опустить, изменив на противоположный знак каждого слагаемого, заключённого в скобки.

Правило 4. Чтобы умножить одночлен на многочлен, нужно умножить этот одночлен на каждый член многочлена и полученные произведения сложить.

Алгоритм решения	Образец
1. Выполнить действие: $(2a^2 - 3a + 1) - (7a^2 - 5a)$ - раскрыть первые скобки, применив правило 2; - раскрыть вторые скобки, применив правило 3; - привести подобные слагаемые, применив правило 1.	$(2a^2 - 3a + 1) - (7a^2 - 5a) = \underline{2a^2} - \underline{3a} + 1 - \underline{7a^2} + \underline{5a} =$ $= -5a^2 + 2a + 1.$
2. Представить в виде многочлена: $3x(4x^2 - x)$ - раскрыть скобки, применив правило 4;	$3x(4x^2 - x) = 12x^3 - 3x^2.$

Реши сам:

1. Выполнить действия:

- $(4y^3 + 15y) - (17y - y^3)$;
- $(3a^2 + 7a - 5) - (3a^2 + 1)$;
- $(5a + 3) + (-2a^2 + a - 7)$;
- $(-3y^2 + y^3 - 2y) - (4y^3 - 2y^2 - y + 1)$;
- $(-3y^2 + y^3 - 2y) + (4y^3 - 2y^2 - y + 1)$;

2. Представить в виде многочлена:

- $2a(3a - b + 4)$;
- $-4a^2(3a^2 - 2a - 5)$;
- $Y^3(4y^3 - 2y^2 - y + 1)$;
- $(-3y^2 + y^3 - 2y)(-2y^2)$;
- $(3m^2 - m + 2)(-3m^2)$.

Готовимся к ОГЭ

ККЗ: «Решение неполных квадратных уравнений».

Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ хотя бы один из коэффициентов b или c равен нулю, то такое уравнение называют **неполным квадратным уравнением**.

Неполные квадратные уравнения бывают трёх видов:

- 1) $ax^2 + c = 0$, где $c \neq 0$;
- 2) $ax^2 + bx = 0$, где $b \neq 0$;
- 3) $ax^2 = 0$

<i>Алгоритм решения</i>	<i>Образец</i>
1) Решить уравнение $3x^2 - 27 = 0$ Перенести коэффициент c в правую часть уравнения, поменяв знак на противоположный; разделить обе части получившегося уравнения на a .	$3x^2 - 27 = 0$ $3x^2 = 27$ $x^2 = 9$ $x = \pm\sqrt{9}$ $x_1 = -3; x_2 = 3$ Ответ: -3; 3
2) Решить уравнение $3x^2 + 7x = 0$ Вынести x за скобки. Произведение равно нулю, если один из множителей равен нулю. Решить уравнение $x(3x + 7) = 0$	$3x^2 + 7x = 0$ $x(3x + 7) = 0$ <u>$x = 0$</u> , или $3x + 7 = 0$ $3x = -7$ $x = -\frac{7}{3}$ Ответ: 0; $-\frac{7}{3}$
3) Решить уравнение $16x^2 = 0$ Неполное квадратное уравнение вида $ax^2 = 0$ равносильно уравнению $x^2 = 0$ и поэтому имеет единственный корень 0.	$16x^2 = 0$ $x^2 = 0$ $x = 0$ Ответ: 0

Реши сам: Решить уравнение :

- а) $5x^2 - 45 = 0$;
- б) $2x^2 - 50 = 0$;
- в) $3x^2 + 10x = 0$;
- г) $2x^2 - 5x = 0$;
- д) $x^2 = 100$;
- е) $7x^2 = 14x$.

Готовимся к ГИА

ККЗ: « Применение формул сокращённого умножения».

Формулы сокращённого умножения:

- | |
|---|
| <p>1. Квадрат суммы: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$</p> <p>2. Квадрат разности: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$</p> <p>3. Разность квадратов: $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$</p> |
|---|

Алгоритм решения	Образец
<p>1. Преобразуй в многочлен:</p> <p>а) $(7a + c)^2$ - раскрыть скобки, применив формулу квадрат суммы</p> <p>б) $(2m - n^3)(2m + n^3)$ - раскрыть скобки, применив формулу разность квадратов</p>	<p>а) $(7a + c)^2 = (7a)^2 + 2 \cdot 7ac + c^2 = 49a^2 + 14ac + c^2$</p> <p>б) $(2m - n^3)(2m + n^3) = (2m)^2 - (n^3)^2 = 4m^2 - n^6$</p>
<p>2. Упрости выражение:</p> <p>а) $(m - 6)^2 - (36 - 4m)$ - раскрыть скобки, применив формулу квадрат разности и правило раскрытия скобок (чтобы раскрыть скобки, перед которыми стоит знак " - ", надо заменить этот знак на " + ", поменяв знаки всех слагаемых в скобках на противоположные, а потом раскрыть скобки); привести подобные слагаемые.</p> <p>б) $(a - b)(a + b) - (a^2 + 2b^2)$ - раскрыть скобки, применив формулу разность квадратов и правило раскрытия скобок; привести подобные слагаемые.</p>	<p>а) $(m - 6)^2 - (36 - 4m) = m^2 - 12m + 36 - 36 + 4m = m^2 - 8m$.</p> <p>б) $(a - b)(a + b) - (a^2 + 2b^2) = a^2 - b^2 - a^2 - 2b^2 = -3b^2$</p>
<p>3. Разложи на множители:</p> <p>а) $81x^2 - 0,64$ - применить формулу разность квадратов</p> <p>б) $p^2 - 6pq + 9q^2$ - применить формулу квадрат разности</p>	<p>а) $81x^2 - 0,64 = (9x)^2 - (0,8)^2 = (9x - 0,8)(9x + 0,8)$</p> <p>б) $p^2 - 6pq + 9q^2 = p^2 - 2p \cdot 3q + (3q)^2 = (p - 3q)^2$</p>

Реши сам:

- 1. Преобразуй в многочлен:** а) $(3b + a)^2$; б) $(t^2 - 4b)(t^2 + 4b)$;
- 2. Упрости выражение:** а) $(a - 2)^2 - (4 - 3a)$; б) $(m - n)(m + n) - (m^2 + 3n^2)$
- 3. Разложи на множители:** а) $25m^2 - 0,16$; б) $a^2 - 10ab + 25b^2$.

Карточка - помощник по теме «Решение квадратного уравнения»

Теория	Практика
<p>Квадратное уравнение имеет вид $ax^2+bx+c=0$, где a – старший коэффициент, b – средний, c – свободный коэффициент.</p> <p>Неполные уравнения</p> <p>Неполным квадратным уравнением называется уравнение вида $ax^2 = 0$, $ax^2 + bx = 0$, либо $ax^2 + c = 0$</p> <p>1) Если b и c равны 0, то уравнение имеет вид: $ax^2 = 0$</p> <p>1) Если $c = 0$, то уравнение имеет вид: $ax^2 + bx = 0$.</p> <p>2) Если $b = 0$, то уравнение имеет вид: $ax^2 + c = 0$.</p> <p><u>Правило 1.</u> Уравнение вида $ax^2 = 0$ имеет один корень $x = 0$.</p> <p><u>Правило 2.</u> Уравнение вида $ax^2 + bx = 0$ решается разложением на множители – вынесением общего множителя за скобки и всегда имеет два корня, один из которых равен нулю.</p> <p><u>Правило 3.</u> Уравнение вида $ax^2 + c = 0$ решается только тогда, когда у коэффициентов a и c разные знаки. Оно решается разложением на множители по формуле разности квадратов.</p> <p>Полные уравнения</p> <p>$ax^2 + bx + c = 0$; $D = b^2 - 4ac$</p> <p>Если $D > 0$, то $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ - два корня.</p> <p>Если $D = 0$, то $x_1 = -\frac{b}{2a}$ - один корень.</p> <p>Если $D < 0$, то корней нет.</p> <p><u>Алгоритм решения:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Записать коэффициенты: a, b, c. 2. Вычислить дискриминант D 3. Применить формулу корней квадратного уравнения. 4. Записать ответ 	<p>1. Решить уравнение $5x^2 + 15x = 0$. Решение. Вынесем за скобки $5x$: $5x \cdot (x + 3) = 0$ - произведение равно нулю, если один из сомножителей равен нулю.</p> $\begin{matrix} 5x = 0 & x + 3 = 0 \\ x_1 = 0 & \text{или} & x_2 = -3 \end{matrix}$ <p>2. $4x^2 - 9 = 0$. Решение. Разложим левую часть уравнения на множители $(2x - 3)(2x + 3) = 0$</p> $\begin{matrix} 2x - 3 = 0 & 2x + 3 = 0 \\ 2x = 3 & \text{или} & 2x = -3 \\ x_1 = \frac{3}{2} & & x_1 = -\frac{3}{2} \end{matrix}$ <p>3. Решите уравнение $x^2 - 5 = 0$. Решение. Разложим левую часть уравнения на множители</p> $\begin{matrix} x^2 - (\sqrt{5})^2 = 0 \\ (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0 \\ x - \sqrt{5} = 0 & \text{или} & x + \sqrt{5} = 0 \\ x_1 = \sqrt{5} & & x_1 = -\sqrt{5} \end{matrix}$ <p>4. Решите уравнение $3x^2 + 4 = 0$. <u>Решение.</u> Решений нет, так как это сумма квадратов, а не разность</p> <p>5. Реши уравнение : $2x^2 + 3x - 2 = 0$, <u>Решение.</u> $D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25$.</p> $x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4}; \quad x = \frac{-3 + 5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \quad x = \frac{-3 - 5}{4} = \frac{-8}{4} = -2;$ <p>6. Решите уравнение $2x^2 - x - 6 = 0$. <u>Решение:</u> $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 2 \cdot 6}}{4} = \frac{1 \pm 7}{4}$; <u>Ответ:</u> 2, -1,5.</p>

Готовимся к ГИА

Реши сам:

1. Решите уравнение $x^2 + 7x - 18 = 0$.

2. Решите уравнение: ~~$4x^2 + 20 = 0$~~

3. Решите уравнение: ~~$3x^2 - 15 = 0$~~

4. Решите уравнение: ~~$3x^2 - 12 = 0$~~

5. Решите уравнение: ~~$2x^2 + 3x - 5 = 0$~~

6. Для каждого уравнения укажите число его корней, вписав в таблицу под каждой буквой соответствующий номер ответа:

А) ~~$(x+1)^2 = 0$~~ Б) $x^2 + 1 = 0$ В) $x^2 + x = 0$ Г) $x^2 - x = 0$

1) Один корень 2) Два корня 3) Нет корней

Ответ:

А	Б	В	Г

7. Для каждого уравнения укажите число его корней, вписав в таблицу под каждой буквой соответствующий номер ответа:

А) ~~$x^2 + 2x = 0$~~ Б) $x^2 + 2 = 0$ В) ~~$(x-2)^2 = 0$~~ Г) ~~$x^2 - 2x = 0$~~

1) Один корень 2) Два корня 3) Нет корней

Ответ:

А	Б	В	Г

8. Какое из уравнений имеет иррациональные корни?

1) ~~$x^2 - 3x - 4 = 0$~~ 2) ~~$x^2 - 4x - 3 = 0$~~

3) ~~$x^2 - 4x + 5 = 0$~~ 4) ~~$x^2 - 4x + 4 = 0$~~

9. Решите уравнение: ~~$3x^2 - 8x - 3 = 0$~~ . Ответ: _____

10. Решите уравнение: ~~$4x^2 + 3x - 1 = 0$~~ . Ответ: _____

11. Найдите корни уравнения: $(2x - 5)(2 + x) = 0$. Ответ: _____

12. Найдите корни уравнения: $(2x + 9)(5 - x) = 0$. Ответ: _____

13. Решите уравнение: ~~$x^2 + 7x - 1 = 0$~~ . Ответ: _____

14. Решите уравнение $2x^2 - 5x + 3 = 0$. Ответ: _____

15. Решите уравнение $14 - x^2 = 0$. Ответ: _____

Карточка коррекции знаний по теме: Решение квадратного неравенства с опорой на готовый график квадратичной функции

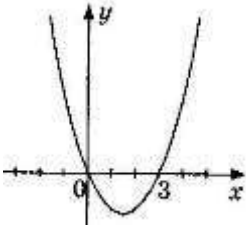
Теория и практика	
$ax^2 + bx + c \geq 0, a > 0$ Если $D > 0$, то x_1, x_2 - корни Ответ: $x \in (-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)$	$ax^2 + bx + c < 0, a > 0$ Если $D > 0$, то x_1, x_2 - корни Ответ: $x \in (x_1; x_2)$
Если $D = 0$, то x_1 - корень Ответ: $x \in R$	Если $D = 0$, то x_1 - корень Ответ: $x \in \emptyset$
Если $D < 0$, то корней нет Ответ: $x \in R$	Если $D < 0$, то корней нет Ответ: $x \in \emptyset$
Пример: $3x^2 - 2x - 5 \leq 0$. Рассмотрим $3x^2 - 2x - 5 = 0$. $D = 4 - 4 \cdot 3 \cdot (-5) = 64$: $x_{1,2} = \frac{2 \pm 8}{2 \cdot 3}$; $x_1 = \frac{5}{3}, x_2 = -1$ Ответ: $x \in [-1; \frac{5}{3}]$.	
$ax^2 + bx + c \geq 0, a < 0$ Если $D > 0$, то x_1, x_2 - корни Ответ: $x \in [x_1; x_2]$	$ax^2 + bx + c < 0, a < 0$ Если $D > 0$, то x_1, x_2 - корни Ответ: $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
Если $D = 0$, то x_1 - корень Ответ: $x = x_1$	Если $D = 0$, то x_1 - корень Ответ: $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_1; +\infty)$
Если $D < 0$, то корней нет Ответ: $x \in \emptyset$	Если $D < 0$, то корней нет Ответ: $x \in R$
Пример: $-9x^2 + 6x - 1 > 0$. Рассмотрим $-9x^2 + 6x - 1 = 0$; $-(9x^2 - 6x + 1) = 0$; $-(3x - 1)^2 = 0$ $x_1 = \frac{1}{3}$ Ответ: $x \in \emptyset$.	

Реши сам

1. На рисунке изображен график функции

$$y = x^2 - 3x.$$

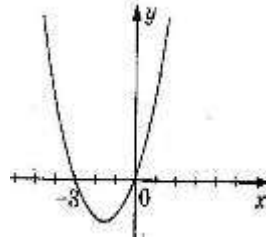
Используя график, решите неравенство $x^2 - 3x < 0$.



2. На рисунке изображен график функции

$$y = x^2 + 3x.$$

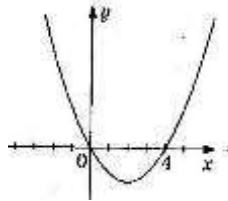
Используя график, решите неравенство $x^2 + 3x > 0$.



3. На рисунке изображен график функции

$$y = x^2 - 4x.$$

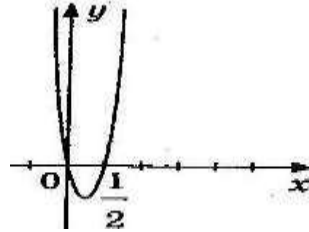
Используя график, решите графически неравенство $x^2 - 4x < 0$.



4. На рисунке изображен график функции

$$y = 2x^2 - x.$$

Используя график, решите графически неравенство $2x^2 - x > 0$.

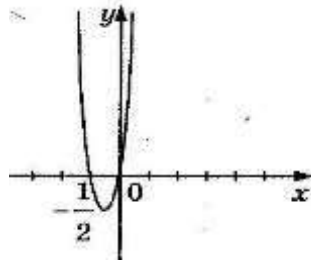


5. На рисунке изображен график функции

$$y = 2x^2 + x.$$

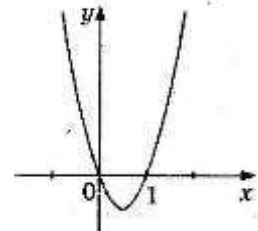
Используя график, решите графически неравенство

$$2x^2 + x < 0.$$



6. На рисунке изображен график функции $y = x^2 - x$.

Используя график, решите графически неравенство $x^2 - x < 0$.

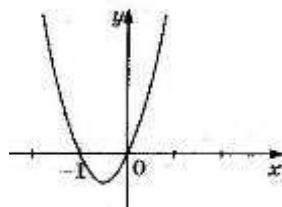


7. На рисунке изображен график функции

$$y = x^2 + x.$$

Используя график, решите графически

$$x^2 + x < 0.$$

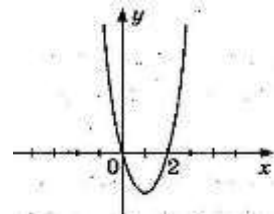


8. На рисунке изображен график функции

$$y = x^2 - 2x.$$

Используя график, решите графически

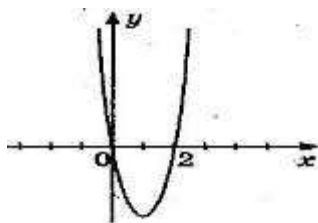
$$x^2 - 2x > 0.$$



9. На рисунке изображен график функции

$$y = x^2 - 2x.$$

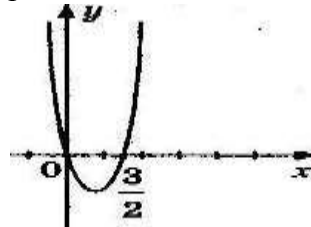
Используя график, решите графически неравенство $x^2 - 2x < 0$.



10. На рисунке изображен график функции

$$y = 2x^2 - 3x.$$

Используя график, решите графически неравенство $2x^2 - 3x < 0$.



Карточка-помощник по теме: Решение рациональных уравнений

Теория	Практика
<p>Чтобы разложить многочлен на множители нужно сгруппировать члены многочлена так, чтобы группы имели одинаковый общий множитель, записать сумму группировок и вынести общий множитель за скобки в каждой группе</p> $x^2+3x-4x-12=0$ $(x^2+3x)+(-4x-12)=0$ $x(x+3)-4(x+3)=0$ $(x+3)(x-4)=0$ $x+3=0 \text{ или } x-4=0$ $x=-3 \quad x=4$ <p>Ответ: -3; 4</p>	<p>1. Решите уравнение: $6x^4 - 3x^3 + 12x^2 - 6x = 0$</p> <p><u>Решение.</u> $6x^4 - 3x^3 + 12x^2 - 6x = 0$ $3x^3(2x - 1) + 6x(2x - 1) = 0$ $3x^3 + 6x(2x - 1) = 0$ $x_1 = 0, x_2 = 0,5$</p> <p><u>Ответ:</u> 0; 0,5.</p> <p>2. Решите уравнение: $x^3 - 5x^2 - 12x + 6 = 0$</p> <p><u>Решение:</u> $x^3 - 5x^2 - 12x + 6 = 0$ $x^2(x - 5) - 12x + 6 = 0$ $x^2(x - 5) - 6(2x - 1) = 0$ $x_1 = 0, x_2 = 2,5, x_{3,4} = \pm 3.$</p> <p><u>Ответ:</u> 0; 2,5; -3; 3.</p> <p>3. Сократите дробь $\frac{3x^2 + 2x - 5}{3x^2 + 5x}$.</p> <p><u>Решение.</u> Корни квадратного трехчлена $3x^2 + 2x - 5$: $x_1 = 1$, $x_2 = -\frac{5}{3}$. Имеем:</p> $\frac{3x^2 + 2x - 5}{3x^2 + 5x} = \frac{3(x-1)(x+\frac{5}{3})}{x(3x+5)} = \frac{(x-1)(3x+5)}{x(3x+5)} = \frac{x-1}{x}.$ <p><u>Замечание.</u> Можно разложить трехчлен на множители способом группировки: $3x^2 + 2x - 5 = (3x^2 - 3x) + (5x - 5) = 3x(x - 1) + 5(x - 1) = (x - 1)(3x + 5)$</p> <p><u>Ответ:</u> $\frac{x-1}{x}$.</p> <p>4. Решите уравнение: $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$.</p> <p><u>Решение.</u> Разложим на множители левую часть уравнения. Получим: $x^2(x - 6) - 4(x - 6) = 0, (x - 6)(x^2 - 4) = 0, x - 6 = 0$ или $x^2 - 4 = 0$. Значит, уравнение имеет корни: -2; 2; 6.</p> <p><u>Ответ:</u> -2; 2; 6.</p>

Готовимся к ГИА

Реши сам:

1. Найдите произведение корней уравнения $(x^2 + 2)^2 - 5(x^2 + 2) + 6 = 0$.

2. Решите уравнение $\frac{6-x}{3x^2-12} - \frac{2}{x-2} = 1$.

3. Найдите наибольший корень уравнения $x - 8\sqrt{x} + 7 = 0$.

4. Докажите, что уравнение $(x^2 - 2x + 2)(2x^2 - 4x + 3) = 1$ имеет корень равный 1, а других корней у него нет.

5. Найдите произведение корней уравнения $(x^2 - 15)^2 - 11(x^2 - 15) + 10 = 0$.

6. Решите уравнение $\frac{x-3}{x+2} - \frac{20}{x^2-4} + 2 = 0$.

7. Найдите наименьший корень уравнения $x - 9\sqrt{x} + 8 = 0$.

8. Докажите, что уравнение $(x^2 - 4x + 5)(2x^2 - 8x + 9) = 1$ имеет корень равный 2, а других корней у него нет.

9. Найдите произведение корней уравнения $(x^2 - 2)^2 - 7(x^2 - 2) + 6 = 0$.

10. Решите уравнение $\frac{2x}{x+6} - \frac{144}{x^2-36} = 1$.

11. Найдите наибольший корень уравнения $x - 10\sqrt{x} + 9 = 0$.

12. Докажите, что уравнение $(x^2 - 2x + 2)(2x^2 - 4x + 3) = 1$ имеет корень равный 1, а других корней у него нет.

13. Разложите на множители: $y^2 - xy^2 + xy - y$.

14. Решите уравнение $x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0$.

Карточка коррекции знаний по теме: Применение свойств арифметических квадратных корней для вычисления значений выражений

Теория	Практика
<p>Арифметический квадратный корень Определение: $\sqrt{a} = b$, где $a \geq 0, b \geq 0, b^2 = a$</p> <p>Свойства:</p> <ol style="list-style-type: none"> $(\sqrt{a})^2 = a$, если $a \geq 0$ $\sqrt{a^2} = a = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$ $\sqrt{a^{2n}} = a^n$, если $a \in R$ $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, если $a \geq 0, b \geq 0$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, если $a \geq 0, b \geq 0$ <p>! Предостережение. При возведении в квадрат произведения возводите в степень все множители. Сокращение дроби выполняйте аккуратно.</p> <p>Совет. Запишите «квадрат» (и даже куб) умножением двух (трех) скобок, не возводя в степень. Ответ будет без корня. Обязательно сократите дробь.</p>	<p>Практика</p> <ol style="list-style-type: none"> $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{20}} = \sqrt{3}$. Ответ: $\sqrt{3}$. Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{5})^2}{15}$ Решение. $\frac{(3\sqrt{5})^2}{15} = \frac{3^2 \cdot (\sqrt{5})^2}{15} = \frac{9 \cdot 5}{15} = 3$. Ответ: 3. При $a = 0,4; b = 0,2$: $\sqrt{a - b^2} = \sqrt{0,4 - (0,2)^2} = \sqrt{0,4 - 0,04} = \sqrt{0,36} = 0,6$. Ответ: 0,6. $2\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 6} = 10 \cdot \sqrt{36} = 10 \cdot 6 = 60$. Ответ: 60. $\frac{(\sqrt{3})^4}{18} = \frac{3^2}{18} = \frac{1}{2}$. Ответ: $\frac{1}{2}$. При $a = \sqrt{8}$: $\frac{1}{4} \cdot a^4 = \frac{1}{4} (\sqrt{8})^4 = \frac{1}{4} \cdot 8^2 = \frac{64}{4} = 16$. Ответ: 16. $\sqrt{3^6} \cdot 2^4 \cdot 5^2 = \sqrt{3^6} \cdot \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{5^2} = (\sqrt{3^3})^2 \cdot (\sqrt{2^2})^2 \cdot \sqrt{5^2} = 3^3 \cdot 2^2 \cdot 5 = 27 \cdot 4 \cdot 5 = 540$. Ответ: 540. Найдите $\frac{2\sqrt{2+x}}{15}$ при $x = -1,19$. Решение. $\frac{2\sqrt{2+x}}{15} = \frac{2\sqrt{2-1,19}}{15} = \frac{2\sqrt{0,81}}{15} = \frac{2 \cdot 0,9}{15} = \frac{3}{25}$. Ответ: $\frac{3}{25} = 0,12$ Найдите значение выражения: $\frac{(5\sqrt{3})^2}{15}$. Решение: $\frac{(5\sqrt{3})^2}{15} = \frac{25 \cdot 3}{3 \cdot 5} = 5$. Ответ: 5.

Реши сам:

1. Какое из данных выражений нельзя преобразовать к виду $\frac{\sqrt{15}}{10}$?

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{5}}$ 2) $\sqrt{\frac{3}{20}}$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$ 4) $\frac{\sqrt{3}}{10}$

2. Выберите выражение, значение которого — иррациональное число.

- 1) $(2\sqrt{3})^2$ 3) $3\sqrt{2^6}$ 2) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{18}$ 4) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$

3. Выберите выражение, значение которого — иррациональное число.

Готовимся к

1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}}$ 2) $(2\sqrt{5})^2$ 4) $5\sqrt{2^3}$

4. Найдите значение выражения $2\sqrt{13} \cdot \sqrt{2} \cdot 5\sqrt{26}$.

Ответ: _____

5. Найдите значение выражения $3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{15}$.

Ответ: _____

6. Найдите значение выражения $\frac{6}{(2\sqrt{3})^2}$.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{(2\sqrt{6})^2}{36}$.

Ответ: _____

8. Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{2})^6}{32}$.

Ответ: _____

9. Найдите значение выражения $\sqrt{3^6 \cdot 2^4 \cdot 5^2}$.

Ответ: _____

10. Найдите значение выражения $2\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$.

Ответ: _____

11. Найдите значение выражения $3\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 4\sqrt{10}$

Ответ: _____

12. Найдите значение выражения $\sqrt{8} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10}$.

Ответ: _____

13. Найдите значение выражения $\sqrt{3} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{6}$.

Ответ: _____

14. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{10}}$.

Ответ: _____




15. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt{6}}$.

Ответ: _____

Карточка-помощник по теме: Сложение и вычитание многозначных чисел

<i>Правило</i>	<i>Образец решения</i>	<i>Реши сам</i>																																								
<p>Складывай и вычитай числа по <u>одноимённым</u> разрядам</p>	<p style="text-align: center;">2537+51343 = ?</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Десятки тысяч</th> <th>тысячи</th> <th>сотни</th> <th>десятки</th> <th>единицы</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>2</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>3</td> <td>8</td> <td>8</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">+</p> $\begin{array}{r} 2537 \\ +51343 \\ \hline 53880 \end{array}$ <p style="text-align: center;">51343–2537 = ?</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Десятки тысяч</th> <th>тысячи</th> <th>сотни</th> <th>десятки</th> <th>единицы</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>5</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td></td> <td>2</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>8</td> <td>8</td> <td>0</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">–</p> $\begin{array}{r} 51343 \\ - 2537 \\ \hline 48806 \end{array}$	Десятки тысяч	тысячи	сотни	десятки	единицы		2	5	3	7	5	1	3	4	3	5	3	8	8	0	Десятки тысяч	тысячи	сотни	десятки	единицы	5	1	3	4	3		2	5	3	7	4	8	8	0	6	<p><u>Вычисли:</u></p> <p>4801+15100</p> <p>81064 – 7569</p> <p>35347+24252</p> <p>701960 – 85971</p> <p>3828+2132</p> <p>43321+5483</p> <p>90205 – 12336</p> <p>7357+2848</p> <p>800309 – 783810</p> <p>54271+39439</p> <p>1644+2136</p> <p>15683 – 7606</p> <p>943836 +854243</p> <p>837247 – 594789</p> <p>156004+888539</p>
Десятки тысяч	тысячи	сотни	десятки	единицы																																						
	2	5	3	7																																						
5	1	3	4	3																																						
5	3	8	8	0																																						
Десятки тысяч	тысячи	сотни	десятки	единицы																																						
5	1	3	4	3																																						
	2	5	3	7																																						
4	8	8	0	6																																						

карточка-помощник: Нахождение значения алгебраического выражения при заданных значениях переменной

Теория	Практика
<p>!Полезно помнить:</p> <p>1. Чтобы сложить два числа с одинаковыми знаками, надо сложить их модули и перед суммой поставить их общий знак Например:</p>   <p>2. Чтобы сложить два отрицательных числа, нужно поставить знак «-» и сложить их модули. Например:</p>  <p>3. Чтобы сложить два числа с разными знаками Надо из большего модуля вычесть меньший и поставить знак того модуля, который больше: Н-Р: $-15 + 8 = -(15 - 8) = -7$</p> <p>4. При делении и умножении:</p> <p>1. Произведение двух чисел с одинаковыми знаками есть число положительное. 2. Произведение двух чисел с разными знаками есть число отрицательное. Н-р: $6 \times (-4) = -24$ $-12 : (-6) = 2$</p> <p>5. При возведении в степень: $a^1 = a$ $a^2 = a \cdot a$ $a^3 = a \cdot a \cdot a$ $5^7 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = +81$ $(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$</p>	<p>1. Найдите: $a + 0,5b^3$ при $a = 20$ и $b = -4$. <u>Решение.</u> $a + 0,5b^3 = 20 + 0,5 \cdot (-4)^3 = 20 + 0,5 \cdot (-64) = 20 - 32 = -12$ <u>Ответ:</u> -12</p> <p>2. Найдите $1,5x^3 - 3x^2 + 4$ при $x = -1$. <u>Решение:</u> При $x = -1$: $1,5x^3 - 3x^2 + 4 = -1,5 - 3 + 4 = -\frac{1}{2}$. <u>Ответ:</u> -0,5</p> <p>3. $-\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + x$ при $x = -4$. <u>Решение:</u> При $x = -4$: $-\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + x = -\frac{(-4)^4}{4} + \frac{(-4)^2}{2} + (-4) = -\frac{4^4}{4} + \frac{16}{2} - 4 = -64 + 8 - 4 = -60$ <u>Ответ:</u> -60.</p> <p>4. Найдите значение выражения $\frac{x^3\sqrt{5}}{5}$ при $x = -\sqrt{5}$. <u>Решение.</u> При $x = -\sqrt{5}$: $\frac{x^3\sqrt{5}}{5} = \frac{(-\sqrt{5})^3\sqrt{5}}{5}$ $\frac{(-\sqrt{5})^3\sqrt{5}}{5} = -\frac{(\sqrt{5})^4}{5} = -\frac{\sqrt{5^4}}{5} = -\frac{\sqrt{625}}{5} = -\frac{25}{5} = -5$. <u>Ответ:</u> -5.</p> <p>5. Найти значение выражения $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$. <u>Решение.</u> $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = 16$. Или $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{1}\right)^2 = 16$. <u>Ответ:</u> 16.</p> <p>6. Найдите значение выражение $\frac{x^3\sqrt{5}}{5}$ при $x = -\sqrt{5}$. <u>Решение.</u> Подставим значение x в выражение. При $x = -\sqrt{5}$ значение выражения $\frac{x^3\sqrt{5}}{5}$ равно $\frac{(-\sqrt{5})^3\sqrt{5}}{5}$. $\frac{(-\sqrt{5})^3\sqrt{5}}{5} = -\frac{(\sqrt{5})^4}{5} = -\frac{\sqrt{5^4}}{5} = -\frac{\sqrt{625}}{5} = -\frac{25}{5} = -5$ <u>Ответ:</u> -5.</p> <p>7. Найдите значение выражения $\sqrt{a^2 - b^2}$ при $a = 8$; $b = -6$. <u>Решение.</u> Подставим значения a и b в выражение. $\sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{8^2 - (-6)^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} = \sqrt{(8-6)(8+6)} = \sqrt{2 \cdot 14} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 7} = 2\sqrt{7}$ <u>Ответ:</u> $2\sqrt{7}$.</p>

Реши сам:

1. (Демо 2010 задание 4) Найдите значение выражения $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 1$ при $x = 1$. Ответ: _____

2. $a - \frac{a^2}{2} - \frac{a^4}{4}$ при $a = -4$. Ответ: _____

3. $\frac{ax}{a+x}$ при $a = \frac{1}{2}$ и $x = \frac{1}{3}$. Ответ: _____

4. $\frac{x-y}{xy}$ при $x = \frac{1}{5}$ и $y = \frac{1}{3}$. Ответ: _____

5. $\frac{a+b}{b}$ при $a = -2,5$ и $b = 3$. Ответ: _____

6. $3a^2 + a + 1$ при $a = -\frac{1}{4}$. Ответ: _____

7. $1 - 0,5a^2 + 2a^3$ при $a = -1$. Ответ: _____

8. $20x^3 - 8x^2 + 4$ при $x = -0,1$. Ответ: _____

9. $\frac{1}{\sqrt{a}} - \sqrt{c}$ при $a = 0,04$ и $c = 0,64$. Ответ: _____

10. $1 - 7y^2 + 30y^3$ при $y = -0,1$. Ответ: _____

11. $0,2x^3 + x^2 + x$ при $x = 10$. Ответ: _____

12. $0,6x^3 - x^2 - x$ при $x = -10$. Ответ: _____

13. $\frac{a-b}{a+b}$ при $a = -0,2$ и $b = -0,6$. Ответ: _____

14. $\sqrt{a^2 + b^2}$ при $a = 12$ и $b = -5$. Ответ: _____

15. $\sqrt{x^2 - y^2}$ при $x = 10$ и $y = -6$. Ответ: _____

Карточка-помощник по теме: Запись чисел в стандартном виде

<i>Теория</i>	<i>Практика</i>
<p>В науке и технике встречаются как очень большие, так и очень малые положительные числа. Например, большим числом выражается объем Земли – $1083000000000 \text{ км}^3$, а малым – диаметр молекулы воды, который равен $0,0000000003 \text{ м}$.</p> <p>В обычном десятичном виде большие и малые числа неудобно читать и записывать, неудобно выполнять над ними какие-либо действия. В таком случае полезным оказывается представление числа в виде $a \cdot 10^n$, где n – целое число. Например:</p> $125000 = 0,125 \cdot 10^6;$ $0,0031 = 3,1 \cdot 10^{-3};$ $0,237 = 23,7 \cdot 10^{-2}.$ <p>Стандартным видом числа a называют его запись в виде $a \cdot 10^n$, где $1 \leq a < 10$ и n – целое число. Число n называется порядком числа a.</p>	<p>1. Представьте в стандартном виде число $a = 4\,350\,000$.</p> <p>В числе a поставим запятую так, чтобы в целой части оказалась одна цифра. В результате получим $4,35$. Отделив запятой 6 цифр справа, мы уменьшили число a в 10^6 раз. Поэтому a больше числа $4,35$ в 10^6 раз. Отсюда:</p> $a = 4,35 \cdot 10^6.$ <p>2. Представьте каждое из чисел 1083000000000 и $0,0000000003$ в виде произведения числа, заключенного между единицей и десятью, и соответствующей степени числа 10:</p> $1083000000000 = 1,083 \cdot 10^{12};$ $0,0000000003 = 3 \cdot 10^{-10}.$ <p>Говорят, что мы записали числа 1083000000000 и $0,0000000003$ в стандартном виде. В таком виде можно представить любое положительное число.</p> <p>3. Население Франции составляет $5,9 \cdot 10^7$ человек, а ее территория равна $5,4 \cdot 10^5 \text{ км}^2$. Какой из ответов характеризует среднее число жителей на 1 км^2?</p> <p>1) 9,2 чел 2) 92 чел 3) 11 чел 4) 110 чел</p> <p><u>Решение.</u> $\frac{5,9 \cdot 10^7}{5,4 \cdot 10^5} \approx 1,09 \cdot 10^2 \approx 110$ человек. <u>Ответ:</u> 4.</p> <p>4. Запишите $0,0032$ в стандартном виде.</p> <p><u>Решение.</u> Чтобы представить $0,0032$ в стандартном виде, нужно перенести запятую в числе $0,0032$ на три знака вправо. Получим число от 1 до 10. Итак: $0,0032 = 3,2 \cdot 10^{-3}$. <u>Ответ:</u> $3,2 \cdot 10^{-3}$.</p> <p style="text-align: center;">Перевод единиц измерения</p> <p>5. Переведите $155,4 \text{ м}$: а) в километры; б) в сантиметры; в) в миллиметры. <u>Решение.</u> а) Так как $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$, то надо решить пропорцию:</p> $1 \text{ км} = 1000 \text{ м} \quad , \quad x = \frac{1 \cdot 155,4}{1000} = 0,1554.$ $x \text{ км} = 155,4 \text{ м}$ <p><u>Ответ:</u> $0,1554 \text{ км}$ или $1,554 \cdot 10^{-1} \text{ км}$.</p> <p>б) Так как $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$, то $1,554 \text{ м} = 155,4 \cdot 100 \text{ см} = 15540 \text{ см}$.</p> <p><u>Ответ:</u> 15540 см или $1,554 \cdot 10^4 \text{ см}$.</p> <p>в) Зная, что в 1 метре 1000 миллиметров, найдем, что в $155,4$ метрах 155400 миллиметров.</p> <p><u>Ответ:</u> 155400 мм или $1,554 \cdot 10^5 \text{ мм}$.</p>

Реши сам:

1. (Демо 2010 Задание 1) Площадь территории Испании составляет 506 тыс. км². Как эта величина записывается в стандартном виде? 1) $5,06 \cdot 10^2$ км² 2) $5,06 \cdot 10^3$ км² 3) $5,06 \cdot 10^4$ км² 4) $5,06 \cdot 10^5$ км²
2. Площадь территории некоторой страны составляет 342 тыс км². . Как эта величина записывается в стандартном виде?
3. Площадь территории некоторой страны составляет 2 млн. км². Как эта величина записывается в стандартном виде?
4. Общее количество биомассы Мирового океана оценивается в 35 миллиардов тонн. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $35 \cdot 10^6$ т 2) $35 \cdot 10^9$ т 3) $3,5 \cdot 10^8$ т 4) $3,5 \cdot 10^0$ т

5. Найдите десятичную дробь, равную $1,65 \cdot 10^{-4}$

1) 0,0165 2) 0,00165 3) 0,000165 4) 0,0000165

6. Площадь территории некоторой страны составляет 80 тыс. км² Как эта величина записывается в стандартном виде?

7. Площадь территории некоторой страны составляет 12,34 тыс. км² . Как эта величина записывается в стандартном виде?

8. Найдите десятичную дробь, равную $1,2710^4$.

1) 0,0127 2) 0,00127 3) 0,000127 4) 0,0000127

9. Найдите десятичную дробь, равную $1,18 \cdot 10^{-5}$.

1) 0,00000118 2) 0,0000118 3) 0,000118 4) 0,00118

10. Площадь территории некоторой страны составляет 0,03 млн. км². Как эта величина записывается в стандартном виде?

11. Численность населения Китая составляет $1,3 \cdot 10^9$ человек, а Вьетнама - $8,5 \cdot 10^7$ человек. Во сколько раз численность населения Китая больше численности населения Вьетнама?

1) примерно в 6,5 раза

3) примерно в 15 раз

2) примерно в 150 раз

4) примерно в 1,5 раза

12. Площадь территории России составляет $1,7 \cdot 10^7$ км², а Норвегии - $3,2 \cdot 10^3$ км². Во сколько раз территория России больше территории Норвегии?

1) примерно в 1,9 раза; 2) примерно в 5,3 раз 3) примерно в 53 раз 4) примерно в 530 раза

13. Общее количество биомассы Мирового океана оценивается в 35 миллиардов тонн. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $35 \cdot 10^6$ т 2) $35 \cdot 10^9$ т 3) $3,5 \cdot 10^8$ т 4) $3,5 \cdot 10^0$ т

14. Площадь Кораллового моря $4,07 \cdot 10^9$ м², а площадь Адриатического моря $1,44 \cdot 10^8$ м². Во сколько раз площадь Кораллового моря больше площади Адриатического моря?

1) примерно в 3 раза; 2) примерно в 30 раз; 3) примерно в 0,3 раза; 4) примерно в 5,5 раза.

15. Представьте значение выражения $(6 \cdot 10^3)^2$ в виде десятичной дроби.

Ответ: _____

Преобразование целых выражений

Формулы сокращенного умножения	Примеры
1. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$	$9 - x^4 = 3^2 - (x^2)^2 = (3 - x^2)(3 + x^2)$ $(2n - 5)(5 + 2n) = (2n)^2 - 5^2 = 4n^2 - 25$
2. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$	$(4 + 3z)^2 = 16 + 24z + 9z^2$ $25 - 10y + y^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot y + y^2 = (5 - y)^2$
3. $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$	$27 - a^6 = 3^3 - (a^2)^3 = (3 - a^2)(9 - 3a^2 + a^2)$ $(4 + x)(16 - 4x + x^2) = 4^3 + x^3 = 64 + x^3$
4. $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$	$(2 - n)^3 = 8 - 12n + 6n^2 - n^3$ $343 + 21x^{10} + 147x^5 + x^{15} = (7 + x^5)^3$

Способы разложения на множители

1. Вынесение общего множителя за скобки $2ab^2 - 4a^2c = 2a \cdot (b^2 - 2ac)$

2. Способ группировки $3a + 6b - a^2 - 2ab = 3 \cdot (a + 2b) - a(a + 2b) = (a + 2b)(3 - a)$

3. Разложение квадратного 3-х члена на множители: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1, x_2 - корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$

Пример: $2x^2 - x - 10 = 2(x - \frac{5}{2})(x + 2) = (2x - 5)(x + 2)$. Так как $2x^2 - x - 10 = 0$; $D = 81$, $x_1 = \frac{5}{2}$, $x_2 = -2$.

4. Какое из следующих тождеств равно произведению $a(a - 2)$?

- 1) $a(2 - a)$ 2) $-a(2 + a)$ 3) $-a(2 - a)$ 4) $-a(a - 2)$

Решение. Преобразуем данное выражение: $a(a - 2) = a \cdot a - a \cdot 2 = a^2 - 2a$.

Преобразуем выражения:

1) $a(2 - a) = a \cdot 2 - a \cdot a = 2a - a^2 = -a^2 + 2a$ - не совпадает с исходным;

2) $-a(2 + a) = -a \cdot 2 - a \cdot a = -2a - a^2 = -a^2 - 2a$ - не совпадает с исходным;

3) $-a(2 - a) = -a \cdot 2 - a \cdot (-a) = -2a + a^2 = a^2 - 2a$ - совпадает с исходным;

4) $-a(a - 2) = -a \cdot a - a \cdot (-2) = -a^2 + 2a$ - не совпадает с исходным;

Другие решения: Преобразуем выражения и сравним с исходным.

1) $a(2 - a) = a(-a + 2) = -a(a - 2)$ - не совпадает с исходным;

2) $-a(2 + a) = -a(a + 2)$ - не совпадает с исходным;

3) $-a(2 - a) = -a(-a + 2) = a(a - 2)$ - совпадает с исходным;

4) $-a(a - 2)$ - не совпадает с исходным. Ответ: 3.

5. Укажите выражение, тождественно равное дроби $\frac{x-2}{1-x}$.

- 1) $-\frac{2-x}{x-1}$ 2) $\frac{2-x}{1-x}$ 3) $-\frac{2-x}{1-x}$ 4) $\frac{x-2}{x-1}$

Решение. Будем преобразовывать выражения, приведенные в ответах, начиная с первого:

1) $-\frac{2-x}{x-1} = \frac{x-2}{x-1}$; 2) $\frac{2-x}{1-x} = \frac{x-2}{x-1}$; 3) $-\frac{2-x}{1-x} = \frac{x-2}{1-x}$. Ответ: 3.

6. В какой многочлен можно преобразовать выражение $(a - 3)^2 - 2a(a - 3)$?

- 1) $-a^2 - 12$ 2) $-a^2 + 6a - 9$ 3) $-a^2 + 3a + 9$ 4) $9 - a^2$

Решение.  Ответ: 4.

Реши сам:

1. (Демо 2010 задание 7) В какое из приведенных ниже выражений можно преобразовать произведение $(x-4)(x-2)$?

1) $(x-4)(2-x)$ 2) $-(x-4)(2-x)$ 3) $(4-x)(x-2)$ 4) $-(4-x)(2-x)$

2. Какое из следующих выражений тождественно равно произведению $(x-8)(x-3)$?

1) $(x-8)(3-x)$; 2) $(8-x)(3-x)$; 3) $(8-x)(x-3)$; 4) $-(x-8)(x-3)$

3. Преобразуйте в многочлен выражение $(a-1)^3 + 2a(3a-4)$. Ответ: _____

4. Какое из выражений нельзя преобразовать в произведение $(4-y)^2(2-y)$?

1) $-(y-4)^2(y-2)$; 2) $-(4-y)^2(y-2)$; 3) $(y-4)^2(2-y)$ 4) $(y-4)^2(y-2)$

5. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $3(x-y) = 3x-y$ 2) $(3+x)(x-3) = 9-x^2$

3) $(x-y)^2 = x^2 - y^2$ 4) $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ 2) $-(a+b)(b-a) = b^2 - a^2$

3) $(x-y)^2 = x^2 - y^2$ 4) $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$

7. Упростите выражение $6x + 3(x-1)^2$.

1) $3x^2 + 3$ 2) $3x^2 + 1$

3) $9x^2 - 6x + 9$ 4) $3x^2 + 6x - 3$

8. Упростите выражение $4(1-a)^2 + 8a$.

1) $16a^2 - 24a + 16$ 2) $4 + 8x - 4a^2$

3) $4a^2 + 4$ 4) $a^2 + 4$

9. В выражении ~~$4a^2 - 6ab$~~ вынесите за скобки множитель $-2a$.

1) $-2a(2a-3b)$ 2) $-2a(2a-6b)$

3) $-2a(3b-2a)$ 4) $-2a(6b-2a)$

10. В выражении ~~$9ab - 6b^2$~~ вынесите за скобки множитель $-3b$

1) $-3b(2b-3a)$ 2) $-3b(3a-6b)$

3) $-3b(3a-2b)$ 4) $-3b(6b-3a)$

11. Найдите второй множитель в разложении на множители квадратного трехчлена:

$$2x^2 + 5x - 3 = (x+3)(\dots).$$

Ответ: _____

12. Найдите второй множитель в разложении на множители квадратного трехчлена:

$$3x^2 - 5x - 2 = (x-2)(\dots).$$

Ответ: _____

13. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $(x-2)y = x-2y$ 3) $(2-x)^2 = 4-4x+x^2$

2) $(x+y)(y-x) = x^2 - y^2$ 4) $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

14. Какое из следующих выражений тождественно равно произведению $(2-x)(3-x)$?

1) $(x-2)(3-x)$ 2) $(2-x)(x-3)$

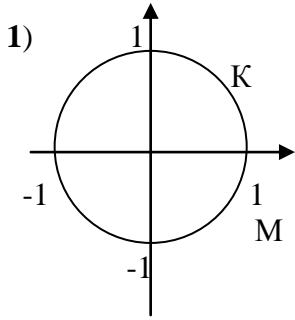
3) $(x-2)(x-3)$ 4) $-(x-2)(x-3)$

15. Какое из выражений нельзя преобразовать в произведение $(m-1)^2(m-3)$?

1) $-(m-1)^2(3-m)$ 3) $(1-m)^2(3-m)$

2) $-(1-m)^2(3-m)$ 4) $(1-m)^2(m-3)$

Карточка-помощник по теме: «Синус, косинус, тангенс угла».



$K \in (O; r)$
 $K(\cos\alpha; \sin\alpha)$, где
 $\alpha - \angle AOK$, $A(1;0)$
 $M \notin (O; r)$
 $M(x; y)$

2) Точка Д(-0,8; 0,6) принадлежит единичной окружности. Найдите $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$.

Решение: $\cos\alpha$ - абсцисса точки единичной окружности, значит $\cos\alpha = -0,8$;
 $\sin\alpha$ - ордината точки единичной окружности, значит $\sin\alpha = 0,6$.

3) Может ли точка принадлежать единичной окружности а) $A(-0,5; \frac{\sqrt{3}}{2})$, б) $B(-1,2; \frac{1}{3})$?

Решение: а) Точка А может принадлежать единичной окружности, так как $x = -0,5 = \cos\alpha$

и $y = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\alpha$, а $-1 \leq \cos\alpha \leq 1$
 $-1 \leq \sin\alpha \leq 1$.

б) Точка В не может принадлежать единичной окружности, так как $x = -1,2 \neq \cos\alpha$, потому что $-1,2 < -1$.

4) Принадлежит ли точка единичной окружности:

а) $M\left(\frac{2}{5}; -\frac{\sqrt{21}}{5}\right)$; б) $K\left(-\frac{1}{7}; -\frac{3\sqrt{3}}{7}\right)$?

Решение: Уравнение единичной окружности имеет вид $x^2 + y^2 = 1$. Если точка принадлежит окружности, то её координаты должны удовлетворять этому уравнению.

а) $M: x = \frac{2}{5}, y = -\frac{\sqrt{21}}{5}$, подставим в уравнение

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{21}}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} + \frac{21}{25} = \frac{25}{25} = 1, \text{ верно!}$$

Точка М принадлежит единичной окружности.

б) $K: \left(-\frac{1}{7}\right)^2 + \left(-\frac{3\sqrt{3}}{7}\right)^2 = \frac{1}{49} + \frac{27}{49} = \frac{28}{49} \neq 1$,

неверно! Точка К не принадлежит единичной окружности.

5) Известно, что $\sin\alpha = \frac{1}{4}$, α - тупой угол. Найдите $\cos\alpha$ и $tg\alpha$.

Решение: 1) Из основного тригонометрического тождества $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ выразим $\cos\alpha$.

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha,$$

так как α - тупой угол, то $\cos\alpha < 0$

$$\cos\alpha = -\sqrt{1 - \sin^2\alpha}$$

Подставим значение $\sin\alpha$, получим

$$\cos\alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = -\sqrt{1 - \frac{1}{16}} = -\sqrt{\frac{15}{16}} = -\frac{\sqrt{15}}{4}.$$

2) Зная, что $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, получим

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \sin\alpha : \cos\alpha = \frac{1}{4} : \left(-\frac{\sqrt{15}}{4}\right) = -\frac{1 \cdot 4}{4 \cdot \sqrt{15}} = -\frac{1}{\sqrt{15}}.$$

Ответ: $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$, $tg\alpha = -\frac{1}{\sqrt{15}}$.

6) Известно, что $\cos\alpha = \frac{1}{3}$. Найдите $\sin\alpha$ и $tg\alpha$.

Решение: 1) Из основного тригонометрического тождества $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ выразим $\sin\alpha$.

$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha,$$

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{1 - \cos^2\alpha}$$

Подставим значение $\cos\alpha$, получим

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \pm\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Так как по условию $\cos\alpha = \frac{1}{3} > 0$, то α - острый

угол, значит $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

2) Зная, что $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, получим

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \sin\alpha : \cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} : \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 3}{3 \cdot 1} = 2\sqrt{2}.$$

Ответ: $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $tg\alpha = 2\sqrt{2}$.